1 APIC ▪ Semestre 1 ▪ Mathématiques

01

Devoir à domicile — Correction

Corrections détaillées et justifiées

Correction détaillée Devoir à domicile de mathématiques, 1re année du collège (1 APIC) — Groupe Scolaire Wislane. Barème : 20 points

01 Exercice 1 — Calculs et priorités opératoires · 5 points

Exercice 1

Effectuer les calculs suivants en détaillant les étapes :

$$A = 35 \div 7 + 44 - 56 \div 8, \qquad B = (13{,}3 + 11{,}7) \times 2 + 7{,}8,$$
$$C = (18 + (5 \times 4) + 6) + 3, \qquad D = (3 + (5 \times 4 + 8)) + (6 \times 3 - 4),$$
$$E = 864 \times 674 - 864 \times 673, \qquad F = \big((534 + (197 \times 554 + 643)) \times 342 + (465 \times 535 - 455)\big) \times (10 - 2 \times 5).$$

Conseil : pour les expressions E et F, chercher une méthode de calcul astucieuse.

Correction

On effectue d'abord les multiplications et les divisions, puis les additions et les soustractions, de gauche à droite. Dans une expression avec parenthèses, on commence par les parenthèses les plus intérieures.

1. $A = 35 \div 7 + 44 - 56 \div 8 = 5 + 44 - 7$, donc $\boxed{A = 42}$.
2. $B = (13{,}3 + 11{,}7) \times 2 + 7{,}8 = 25 \times 2 + 7{,}8 = 50 + 7{,}8$, donc $\boxed{B = 57{,}8}$.
3. $C = (18 + (5 \times 4) + 6) + 3 = (18 + 20 + 6) + 3 = 44 + 3$, donc $\boxed{C = 47}$.
4. $D = (3 + (5 \times 4 + 8)) + (6 \times 3 - 4) = (3 + 28) + (18 - 4) = 31 + 14$, donc $\boxed{D = 45}$.
5. Pour E, on factorise par 864 : $E = 864 \times (674 - 673) = 864 \times 1$, donc $\boxed{E = 864}$.
6. Pour F, on regarde le dernier facteur : $10 - 2 \times 5 = 10 - 10 = 0$. Un produit dont l'un des facteurs est nul est égal à 0, donc $\boxed{F = 0}$, sans calculer le premier facteur.

02 Exercice 2 — Calculer de deux façons différentes · 3 points

Exercice 2

Calculer chaque expression de **deux façons différentes** :

1. $G = 5 \times (11 + 7)$.
2. $H = 4 \times 2{,}5 + 2{,}5 \times 6$.
3. $I = 3 \times (8 - 2) + 2 \times (8 - 2)$.

Correction

1. **Façon 1** (les parenthèses d'abord) : $G = 5 \times 18 = \boxed{90}$.
   Façon 2 (distributivité) : $G = 5 \times 11 + 5 \times 7 = 55 + 35 = \boxed{90}$.
2. **Façon 1** (calcul direct) : $H = 10 + 15 = \boxed{25}$.
   Façon 2 (factorisation par 2,5) : $H = 2{,}5 \times (4 + 6) = 2{,}5 \times 10 = \boxed{25}$.
3. **Façon 1** (les parenthèses d'abord) : $I = 3 \times 6 + 2 \times 6 = 18 + 12 = \boxed{30}$.
   Façon 2 (factorisation par $(8-2)$) : $I = (8-2) \times (3+2) = 6 \times 5 = \boxed{30}$.

03 Exercice 3 — Comparaison de fractions · 3 points

Exercice 3

On considère les quatre nombres suivants :

$$A = \frac{21}{28}, \qquad B = \frac{36}{45}, \qquad C = \frac{35}{42}, \qquad D = \frac{28}{40}.$$

1. Simplifier chacune de ces fractions au maximum.
2. Réduire les fractions obtenues au même dénominateur.
3. Ranger les nombres A, B, C et D dans l'ordre croissant. Justifier la réponse.

Correction

1. On divise le numérateur et le dénominateur par un même nombre :

$$A = \frac{21}{28} = \frac{21 \div 7}{28 \div 7} = \boxed{\frac{3}{4}}, \qquad B = \frac{36}{45} = \frac{36 \div 9}{45 \div 9} = \boxed{\frac{4}{5}},$$

$$C = \frac{35}{42} = \frac{35 \div 7}{42 \div 7} = \boxed{\frac{5}{6}}, \qquad D = \frac{28}{40} = \frac{28 \div 4}{40 \div 4} = \boxed{\frac{7}{10}}.$$

2. Le dénominateur commun à 4, 5, 6 et 10 est 60 :

$$A = \frac{3}{4} = \frac{3 \times 15}{4 \times 15} = \frac{45}{60}, \qquad B = \frac{4}{5} = \frac{4 \times 12}{5 \times 12} = \frac{48}{60},$$

$$C = \frac{5}{6} = \frac{5 \times 10}{6 \times 10} = \frac{50}{60}, \qquad D = \frac{7}{10} = \frac{7 \times 6}{10 \times 6} = \frac{42}{60}.$$

3. Lorsque deux fractions ont le même dénominateur, la plus grande est celle qui a le plus grand numérateur. Or $42 < 45 < 48 < 50$, donc :

$$\boxed{D < A < B < C}.$$

04 Exercice 4 — Géométrie : placements et tracés de droites · 6 points

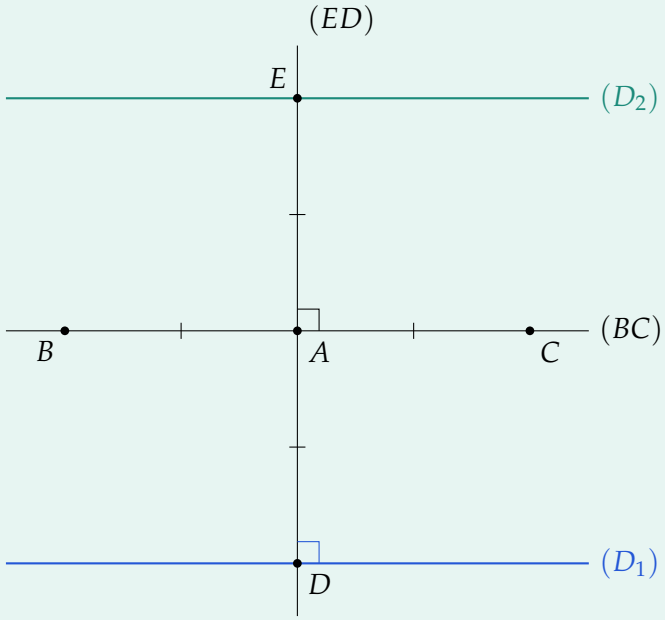
Exercice 4

1. Construire une figure avec les points A, B, C, D, E vérifiant : A est le milieu de $[BC]$, avec $BC = 7{,}5$ cm ; (ED) est perpendiculaire à (BC) ; A est le milieu de $[ED]$, avec $ED = 7{,}5$ cm.

2. Tracer la droite (D_1) passant par D et perpendiculaire à (DE).
3. Tracer la droite (D_2) passant par E et parallèle à (BC).
4. Compléter par $\in$ ou $\notin$: $A \dots (DE)$, $A \dots (AC)$, $E \dots (AD)$, $E \dots (BC)$, $C \dots [BA)$.
5. Que peut-on dire des droites (D_1) et (BC) ? Justifier.
6. Que peut-on dire des droites (D_1) et (D_2) ? Justifier.

Correction

1) à 3) Comme A est le milieu de $[BC]$ et $BC = 7{,}5$ cm, on a $AB = AC = 3{,}75$ cm. De même, A est le milieu de $[ED]$ et $ED = 7{,}5$ cm, donc $AE = AD = 3{,}75$ cm. On trace donc $[BC]$, on place son milieu A, on trace la perpendiculaire à (BC) en A, puis on place E et D de part et d'autre de A à 3,75 cm. Les quatre segments $[AB]$, $[AC]$, $[AE]$ et $[AD]$ ont la même longueur : ils portent le même codage.



4) A est le milieu de $[ED]$, donc A appartient à la droite (DE) : $\boxed{A \in (DE)}$. Le point A est sur la droite (AC) : $\boxed{A \in (AC)}$. Les points E, A et D sont alignés, donc la droite (AD) est la même que la droite (DE) : $\boxed{E \in (AD)}$. La droite (DE) est perpendiculaire à (BC) en A et $E \neq A$, donc E n'est pas sur (BC) : $\boxed{E \notin (BC)}$. Les points B, A et C sont alignés dans cet ordre, donc C est sur la demi-droite d'origine B passant par A : $\boxed{C \in [BA)}$.

5) (D_1) est perpendiculaire à (DE) et (BC) est aussi perpendiculaire à (DE). Or deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles. Donc $\boxed{(D_1) \parallel (BC)}$.

6) D'après la question 5, (D_1) est parallèle à (BC), et (D_2) est parallèle à (BC) par construction. Or deux droites parallèles à une même droite sont parallèles entre elles. Donc $\boxed{(D_1) \parallel (D_2)}$.

05 Exercice 5 — Points alignés et milieu d'un segment · 3 points

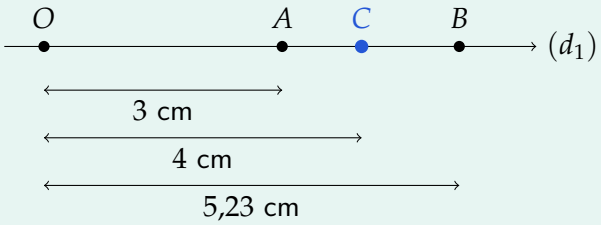
Exercice 5

Soient O, A et B trois points alignés, dans cet ordre, tels que $OA = 3$ cm et $OB = 5{,}23$ cm. Le point C est situé sur la demi-droite $[OB)$.

1. On donne $OC = (10 + 3 - 4 + 2) + (20 - (1 + (3 \times 4 - 1))) - 15$. Calculer OC, puis déterminer si C appartient au segment $[AB]$. Justifier.
2. Déterminer la distance OC pour laquelle le point C sera le milieu du segment $[AB]$. Justifier.

Correction

1. On calcule de l'intérieur vers l'extérieur : $3 \times 4 - 1 = 11$, puis $1 + 11 = 12$, puis $20 - 12 = 8$. Et $10 + 3 - 4 + 2 = 11$. Donc
$$OC = 11 + 8 - 15 = \boxed{4 \text{ cm}}.$$
Le point C est sur la demi-droite $[OB)$, avec $OA = 3$ cm, $OC = 4$ cm et $OB = 5{,}23$ cm. Comme $3 < 4 < 5{,}23$, le point C est situé entre A et B : $\boxed{C \in [AB]}$.



2. La longueur du segment $[AB]$ est $AB = OB - OA = 5{,}23 - 3 = 2{,}23$ cm. Le milieu de $[AB]$ est à $2{,}23 \div 2 = 1{,}115$ cm du point A, donc à $3 + 1{,}115 = 4{,}115$ cm du point O. Le point C est donc le milieu du segment $[AB]$ lorsque $\boxed{OC = 4{,}115 \text{ cm}}$.